



Komplexe Netzwerke

Synchronisation

Dr. Matthias Scholz

www.network-science.org/SS2009.html

9 Synchronisation

Netzwerk-Knoten können als Elemente mit eigener Dynamik in ihren Eigenschaften oder Verhalten betrachtet werden. Eine Kopplung (Interaktion) zwischen diesen Einheiten führt zu einer Angleichung ihrer Verhaltensmuster.

Zufallsgraph: Eine starke Vernetzung führt zu einer Synchronisation aller Elemente eines Netzwerkes. Abhängig von der Kopplungsstärke zeigt sich wieder ein Phasenübergang: erst synchronisieren sich nur kleine Einheiten, bei stärkerer Kopplung findet plötzlich eine netzweite Synchronisation statt.

Skalenfreie Netzwerke: Stark vernetzte Knoten erhalten vielen unterschiedlichen Signale, die sich gegenseitig aufheben. Das führt dazu dass sich skalenfreie Netzwerke eher schwerer synchronisieren. Erst müssen sich die stark vernetzten Knoten synchronisieren (zentrales synchronisiertes Kernnetzwerk), dann erst können sich weitere Knoten oder kleinere synchronisierte Cluster anschließen.

Stark vernetzte Knoten haben daher eine dominante Rolle bei der Synchronisation eines skalenfreien Netzwerkes.

9.1 Lokale und globale Synchronisation

In regulären Netzwerken (alle Knoten haben den gleichen Grad) sind die Knoten aufgrund der lokalen Nachbarschaftsvernetzung nur *lokal synchronisiert*. Signale breiten sich wellenartig im Netzwerk aus: zum Beispiel eine Panik in Fisch- oder Vogelschwärmen oder die La-Ola-Publikumswelle in Sportstadien.

Globale Synchronisation findet sich dagegen in vollständig vernetzten Netzwerken. 'Jeder sieht oder hört jeden anderen.' Globale netzweite Synchronisation ist beispielsweise das Synchronklatschen nach einem Konzert oder im Gleichtakt blinkende Glühwürmchen.

9.2 Weitere Beispiele

- Biologie: synchronisierte zelluläre Uhren oder ökologische Zyklen
- Technik: Laser

- Wirtschaft (Globalisierung): Eine zunehmende Verflechtung internationaler Handels- und Finanzmärkte führt zu weltweiten synchronisierten Konjunkturzyklen (inklusive weltweiter Finanzkrisen).
- Soziologie: gemeinsames Singen im Chor, kollektive Tänze
Synchrones Handeln kann das Gruppengefühl steigern und die Kooperationsbereitschaft erhöhen (Wiltermuth and Heath, 2009).

9.3 Gekoppelte Oszillatoren

Die meisten Synchronisationsmodelle beziehen sich auf die Interaktion zwischen oszillierenden Objekten, siehe Strogatz (2003); Pikovsky et al. (2001); Osipov et al. (2007).

9.3.1 Kuramoto-Modell

Das klassische Modell gekoppelter Oszillatoren ist das Kuramoto-Modell (Kuramoto, 1984). Das Grundmodell bezieht sich auf ein vollständig vernetztes Netzwerk mit einheitlicher Kopplungsstärke σ für alle paar-weisen Interaktionen (Kanten).

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega_i + \frac{\sigma}{N} \sum_{j=1}^N \sin(\varphi_j - \varphi_i)$$

Die originale Winkelgeschwindigkeit ω_i eines dynamischen Knotens i , d.h. der zurückgelegte Weg (Winkel) φ_i pro Zeit t , wird korrigiert mit einem Kopplungsterm der die Abweichung zu den Winkeln φ_j der anderen Knoten j beinhaltet.

Diese Abweichungskorrektur führt zur Erhöhung oder Verringerung der Winkelgeschwindigkeit und damit zur Anpassung der eigenen Rotationsfrequenz $f = \frac{\omega_i}{2\pi}$ an die Frequenzen der anderen Knoten.

Statt eines vollständig vernetzten Netzwerkes kann auch eine bestimmte Netzwerkstruktur betrachtet werden, indem nur Knoten-Paare angeglichen werden, zwischen denen eine Kante existiert ($a_{ij} = 1$ in der Adjazenzmatrix A).

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega_i + \sigma \sum_{j=1}^N a_{ij} \sin(\varphi_j - \varphi_i)$$

Literatur

Kuramoto, Y. *Chemical Oscillations, Waves, and Turbulence*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 1984.

Osipov, G.V., Kurths, J., Zhou, C. *Synchronization in Oscillatory Networks*. Springer Series in Synergetics. Springer, Berlin, 2007.

Pikovsky, A., Rosenblum, M., Kurths, J. *Synchronization A Universal Concept in Non-linear Sciences*. Cambridge Nonlinear Science Series (No. 12). Cambridge University Press, 2001.

Strogatz, S.H. *Sync: The Emerging Science of Spontaneous Order*. Hyperion, New York, 2003.

Wiltermuth, S.S., Heath, C. Synchrony and cooperation. *Psychological science*, 20(1): 1–5, 2009. doi: 10.1111/j.1467-9280.2008.02253.x.